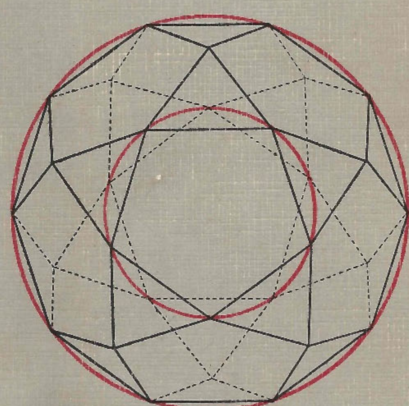
MATILA C. GHYKA

ESTÉTICA
DE LAS PROPORCIONES EN LA NATURALEZA Y EN LAS ARTES



POSEIDON

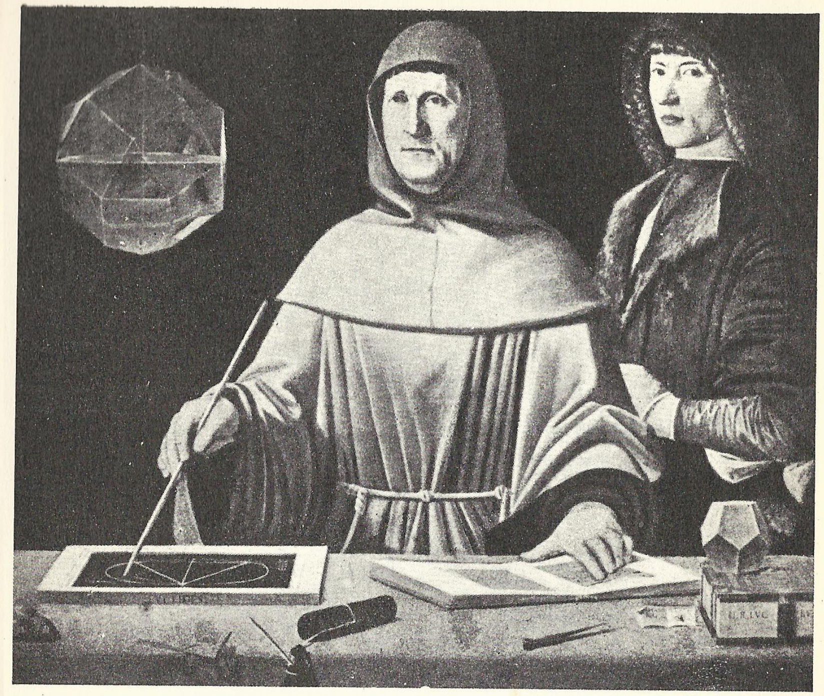


LÁMINA 1. Fra Luca Paccioli di Borgo, por Jacopo da Barbari.

1927

Título original: Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts
Traducción del francés: J. Bosch Bousquet

Segunda edición, primera española

Printed in Spain
Impreso en España

ISBN: 84-85083-06-7
Depósito legal: B. 33.843 - 1977
ROMARGRAF, S.A. Juventud, 55 Hospitalet de Llobregat. Barcelona

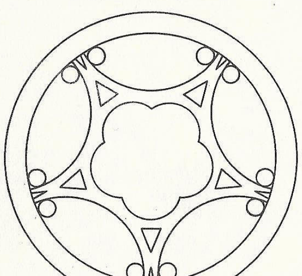


LÁMINA 40. *Arriba:* Vaso cretense. (*Museo de Candía*).
Abajo: Notre-Dame: esquema de un rosetón pentagonal.

CAPÍTULO VI

CÁNONES DINÁMICOS RECTANGULARES Y RADIALES

Donde el que pasa no ve sino una elegante capilla... he cifrado el recuerdo de un día luminoso de mi vida. ¡Oh dulce metamorfosis! Este templo delicado —nadie lo sabe— es la imagen matemática de una hija de Corinto a quien tuve la dicha de amar. Reproduce fielmente sus proporciones particulares.

PAUL VALÉRY
"Eupalinos o el Arquitecto"

Los autores que después de Paccioli han redescubierto periódicamente y comentado su *divina proporción*, siempre la han considerado como razón de dos longitudes, que se encuentra por ejemplo entre diferentes segmentos de la altura de un edificio, entre las distancias verticales al suelo de la cima de la cabeza y del ombligo en el cuerpo humano, entre las longitudes que separan los nudos consecutivos en los tallos de las plantas, etc.

En el capítulo II hemos demostrado las cualidades abstractas del invariante algebraico, geométrico y aún lógico que caracterizan esta razón a la que Sir Th. Cook tuvo la felicísima idea de dar un estado civil regular al llamarla Φ, y hemos visto en el capítulo anterior cómo su parentesco con todas las sucesiones aditivas de dos tiempos (para las cuales la razón de dos términos consecutivos tiende muy rápidamente hacia Φ) y en particular a la de Fibonacci, explicaba de modo satisfactorio su presencia y la de las formas pentagonales en las proporciones o perfiles de *crecimiento gnomónico* de los organismos vivos, en general, y de las plantas en particular.

Pero la consideración del aspecto puramente *lineal* de esta razón (o de sus convergentes $\frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \ldots$ etc.) no bastaba para comprender de qué modo estaba incorporado en el trazado ordenador de aquellos monumentos u objetos antiguos en que se ha comprobado su presencia [1]. Hasta que, re-

[1] "Conocemos mal el mecanismo armonioso de la arquitectura griega. Sólo podemos descubrir sus resultados sin haber descubierto hasta ahora sus fórmulas generales". Viollet-le-Duc, *Dictionnaire de l'Architecture.*

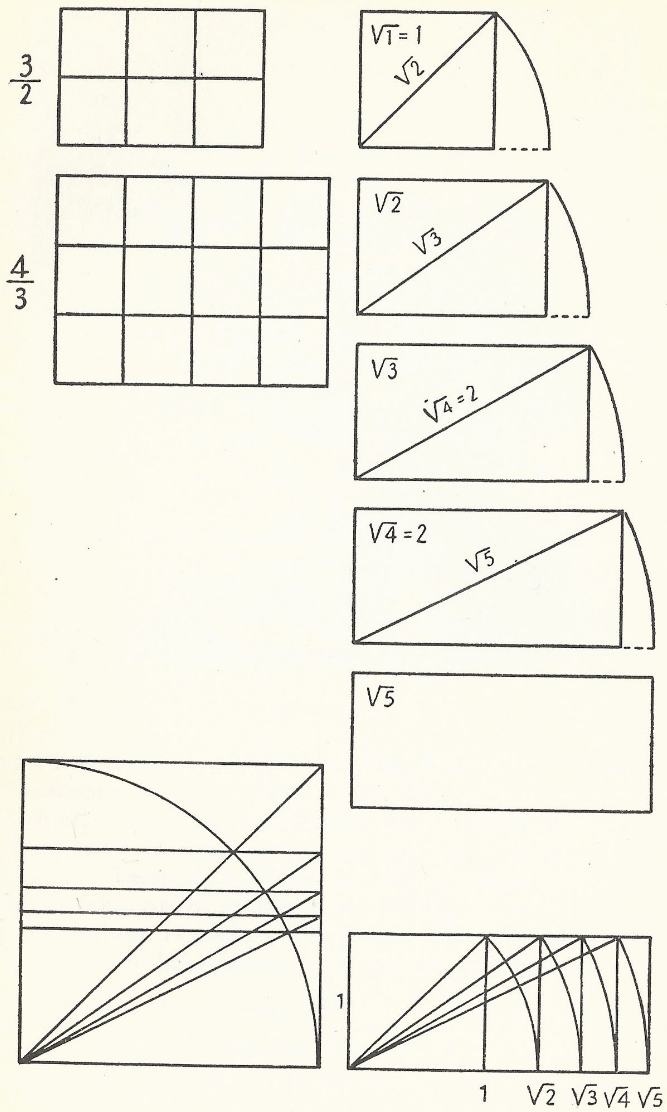


LÁMINA 41

Rectángulos estáticos y dinámicos

cientemente (su primera obra sobre la cuestión [2] fue publicada en 1919), un norteamericano, Jay Hambidge, inspirado en sus investigaciones por un pasaje del *Theeteto* de Platón sobre los números o longitudes *conmensurables en potencia,* tuvo la idea de estudiar en estos trazados la disposición y las proporciones relativas, no ya de las líneas, sino de las superficies, lo que es natural cuando se trata, por ejemplo, de Arquitectura.

La planta de los templos egipcios y griegos, en particular, es rectangular o está compuesta por una yuxtaposición de rectángulos (el cuadrado y el doble-cuadrado que figuran, naturalmente, entre éstos). La alzada, fachadas o muros laterales pueden también ser siempre encuadradas por rectángulos o combinaciones de rectángulos.

Dos rectángulos de forma diferente se distinguen por la razón del lado mayor al menor, número que es, pues, suficiente para caracterizar un rectángulo. Un rectángulo de *módulo n* es el que tiene dicha razón igual a *n*. Hambidge agrupa, por una parte, todos los rectángulos cuyo módulo *n* es un número entero (1, 2, 3, ...) o fraccionario $\left(\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots\right)$ que él llama *estáticos,* y por otra, a aquellos para los que *n* es un número inconmensurable *euclidiano* [3], que llama rectángulos *dinámicos.* Por ejemplo, la lámina 41 [4] muestra a la izquierda los rectángulos estáticos $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ y a la derecha los dinámicos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.

El cuadrado y el doble cuadrado (de módulos 1 y $2 = \sqrt{4}$) pertenecen tanto a la serie estática como a la serie dinámica [5], y, luego de haber compilado un gran número de medidas remitiéndose a los monumentos, estatuas, vasos, utensilios rituálicos egipcios y griegos (con el auxilio de la Uni-

(2) Dynamic Symmetry, *The Greek Vase,* por J. Hambidge. (Yale University Press).

(3) Es decir, un número irracional que puede construirse gráficamente como:

$$\sqrt{m},\ K\sqrt{m},\ \frac{\sqrt{m}}{K},\ \frac{\sqrt{m}+a}{K}$$

y toda combinación de estas cuatro expresiones en las que los números enteros *m, K, a* se pueden permutar de todas las maneras posibles mediante un número finito de operaciones.

(4) En estos diagramas rectangulares los números 1, *a,* etc., representan, en general, longitudes; cuando están entre paréntesis o reunidos designan, por el contrario, módulos, es decir, razones entre los lados de los rectángulos.

(5) Como el módulo de un rectángulo basta para determinar su forma, se supone, en general, que el lado menor es igual a la unidad: el mayor será entonces numéricamente igual al módulo.

Las dos figuras inferiores de la lámina 41 muestran los cinco rectángulos, 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{5}$ reunidos en el mismo diagrama. En la figura de la izquierda tienen común el lado horizontal; y en la de la derecha, el vertical.

versidad de Yale y del departamento de antigüedades griegas del Museo de Boston), llega a la conclusión de que todo el arte griego de la gran época (siglos VI a II antes de J. C.), como antes el arte egipcio, estaba fundado en el empleo de rectángulos dinámicos, manifestado por la ausencia de razones sencillas conmensurables entre la mayor parte de las longitudes (contrariamente a la teoría modular *estática* atribuída a Vitruvio); en cambio, las razones sencillas pueden aparecer entre las superficies, para las cuales las razones de semejanza son naturalmente proporcionales al cuadrado de la razón lineal correspondiente.

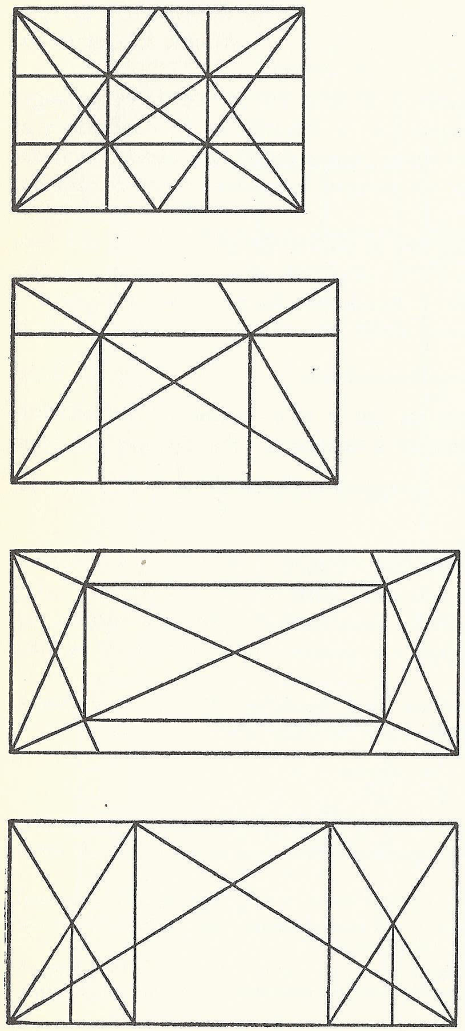


LÁMINA 42

Ejemplos de descomposición armónica

Entre los rectángulos dinámicos especialmente empleados como generadores de formas, los que se hallan con más frecuencia son el rectángulo de módulo $\sqrt{5}$ y un rectángulo que Hambidge llama *the rectangle of the whirling squares* (el rectángulo de los cuadrados giratorios) y que no es otro que el de módulo Φ, caracterizado por su propiedad de tener gnomones cuadrados (véase cap. V). Estos dos rectángulos $\sqrt{5}$ y Φ están, por lo demás, emparentados íntimamente entre sí por ser

$$\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

como se comprende obser-

vando las figuras 65*a*, *b* y *c*, y forman parte del mismo tema de modulación armónica.

Existe una forma sencilla de descomponer *armónicamente* la superficie de un rectángulo dinámico ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{5}/2$, $\sqrt{\Phi}$, Φ, Φ^2, etc.) en rectángulos y en cuadrados por medio de diagonales y de líneas perpendiculares a éstas, trazadas desde los vértices, y de paralelas a los lados por los puntos de intersección obtenidos; todas las superficies así determinadas serán funciones del módulo del rectángulo inicial. Por ejemplo: las figuras de la lám. 42 obtenidas en los rectángulos $\sqrt{2}$, Φ y $\sqrt{5}$, respectivamente, por simples variantes de esta construcción. Por otra parte, la descomposición de los rectángulos permanece armónica si en vez de las diagonales propiamente dichas se trazan por los vértices las perpendiculares entre sí que se corten en los lados del rectángulo. El segundo rectángulo $\sqrt{5}$ está tratado así.

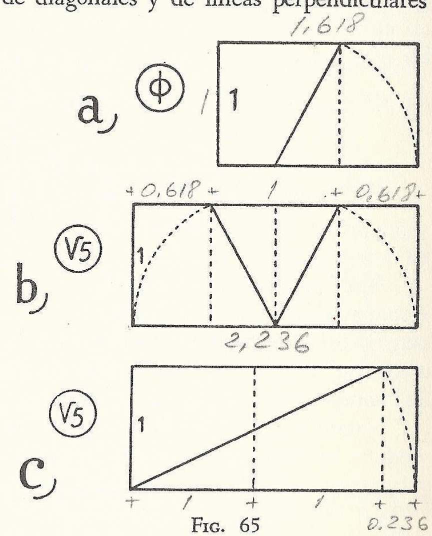


FIG. 65

Más adelante veremos descomposiciones armónicas más complicadas, pero el principio es el mismo. El estudio de los perfiles de los vasos griegos del Museo de Boston fue lo que primero reveló este procedimiento de modulación de las superficies (especialmente la riqueza de las combinaciones modulares derivables de los rectángulos $\sqrt{5}$ y Φ) y el papel importante que desempeña la diagonal.

Aconsejo a los que se interesen por este tema, la lectura de los libros *Dynamic Symmetry* por Jay Hambidge, y *Geometry of the Greek Vase*, por el Dr. Caskey, conservador de antigüedades griegas del Museo de Boston, y de los números aparecidos de la revista *The Diagonal* publicada por la Universidad de Yale. El enorme interés del método reside en la manipulación geométrica de las superficies, y las numerosas y bellas ilustraciones de estas publicaciones son más aptas para comprender el procedimiento que volúmenes enteros de comentarios. No obstante, trataré de resumir claramente las ideas sencillísimas que forman la parte práctica de la *simetría dinámica* [6] de Hambidge.

[6] La palabra se toma aquí en el sentido antiguo: "relación de razón entre el todo y sus partes". Vitruvio dijo dando al término la misma acepción: "Proporción sig-

Dos rectángulos semejantes (idénticos desde el punto de vista de la forma, haciendo abstracción de la escala) tienen evidentemente el mismo módulo m [7] (razón entre las longitudes de sus lados). Todo rectángulo *dinámico* simple de módulo $m = \sqrt{n}$ (siendo n un número entero) puede descomponerse en n rectángulos semejantes dividiendo los lados mayores en n partes iguales y uniendo de dos en dos los puntos correspondientes. De este modo el módulo m' de los pequeños rectángulos así obtenidos será

$$m' = \frac{1}{\frac{\sqrt{n}}{n}} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} = m.$$

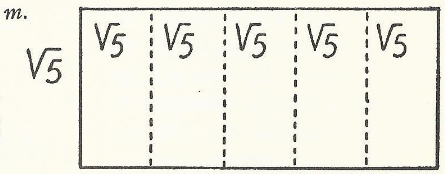


FIG. 66

Por ejemplo (fig. 66): descomposición del rectángulo $\sqrt{5}$ en 5 rectángulos semejantes.

También se pueden obtener rectángulos semejantes a un rectángulo inicial cualquiera dividiendo cada uno de sus cuatro lados en un número igual p de partes alícuotas. Se obtienen así p^2 rectángulos interiores iguales, semejantes al rectángulo continente.

Vamos a ver por qué el método de las diagonales de Hambidge es una forma más *armónica* de obtener en el interior de un rectángulo dado uno o varios rectángulos semejantes.

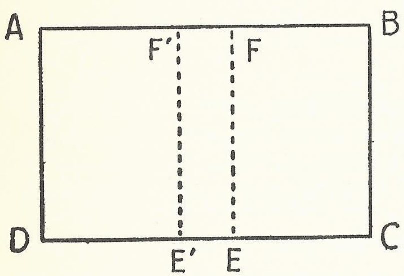


FIG. 67

Llamando rectángulo *recíproco* de otro dado $ABCD$ al $FBCE$ semejante al primero (e interior) que tiene como lado mayor uno de los lados menores del primero (pues puede haber 2), se tiene por definición: (fig. 67):

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{FB} = m.$$

nifica esa armonía de las partes componentes del todo, de que derivan las leyes de la simetría".

La expresión δυναμει συμμετροι aplicada por los geómetras griegos a dos números o a dos dimensiones lineales, significaba *conmensurables en potencia*. Se trataba precisamente de números inconmensurables cuyos cuadrados eran conmensurables. Son los términos mismos que Platón pone en boca de Theeteto, y el sistema de Hambidge es propiamente un desarrollo lógico del concepto matemático expuesto a Sócrates por su joven interlocutor.

(7) La palabra *módulo* no se toma aquí en el sentido corriente de submúltiplo lineal introducido por la teoría *estática* de Vitruvio, sino en el sentido de *proporción característica* del rectángulo.

Teorema. — Para construir el recíproco de un rectángulo dado $ABCD$, basta trazar la diagonal DB (o AC) y bajar del vértice C (o B) la perpendicular CF (o BE) sobre DB (o AC). CF será la diagonal del rectángulo buscado $FBCE$ (la comprobación es inmediata: los triángulos rectángulos ABD y BCF son semejantes (fig. 68) por tener iguales los ángulos agudos ABD y BCF de lados perpendiculares).

Las diagonales de los rectángulos recíprocos son, pues, siempre perpendiculares a las diagonales del rectángulo principal. Se ve inmediatamente que

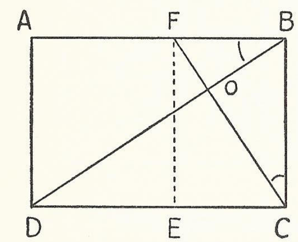


FIG. 68

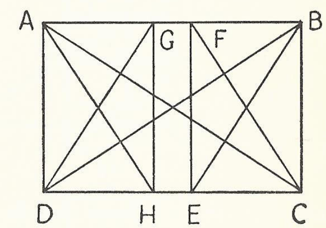
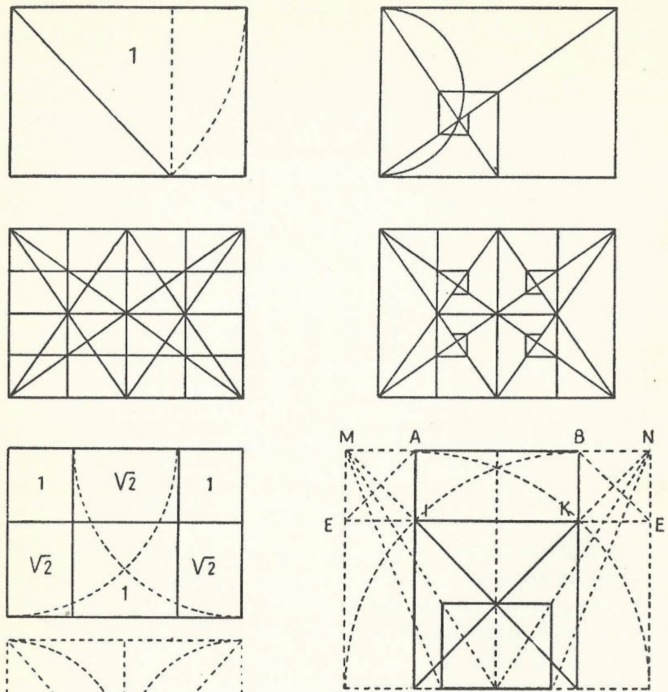


FIG. 69

$AFED$ o $GBCH$, el exceso del área (luego de haber separado el recíproco en el interior de un rectángulo) es lo que, en el capítulo anterior y según Aristóteles, hemos llamado un *gnomon*, es decir, la figura cuya adjunción a una superficie (la del rectángulo recíproco en este caso) produce una superficie semejante (fig. 69).

Como se puede escoger una dirección y repetir la construcción indefinidamente, resulta una doble serie decreciente de rectángulos recíprocos y de gnomones. Todas las diagonales de estos rectángulos semejantes estarán situadas sobre la diagonal DB del rectángulo mayor y la diagonal FC del primero recíproco. Sabemos ya que el rectángulo Φ se distingue de los demás por el hecho de que el área sobrante, el gnomon $AFED$, es un cuadrado [8].

(8) Esta propiedad tiene como traducción algebraica la igualdad $\Phi - \frac{1}{\Phi} = 1$, tomando AD como unidad. Es conveniente tomar como módulo del recíproco el inverso del módulo del rectángulo principal para destacar el hecho de que los elementos correspondientes de las dos figuras son perpendiculares entre sí. Un módulo inferior a 1 (es decir, en el cual el lado menor se ha tomado como numerador) caracteriza entonces a un rectángulo recíproco, colocado verticalmente si el rectángulo principal tiene horizontales sus lados mayores. Con este convenio, el número m y su inverso $\frac{1}{m}$ designan la misma forma de rectángulo dispuesta horizontalmente en el primer caso y verticalmente en el segundo, y las relaciones aritméticas entre los módulos de los rectángulos que forman parte de la misma figura podrán, en general, (como en este



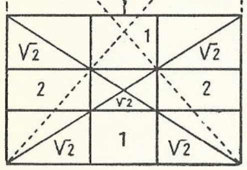


LÁMINA 43

El rectángulo $\sqrt{2}$

Divisiones armónicas

Esta propiedad se repite naturalmente en las subdivisiones obtenidas continuando indefinidamente la construcción como en el caso general de antes. Así llegamos a la figura 71, o figura de los cuadrados giratorios (ampliada en la lámina 47) ya sugerida en el capítulo anterior por el rectángulo director de la espiral logarítmica de pulsación cuadrantal Φ, curva ideal ha-

caso) interpretarse directamente como relaciones entre las áreas correspondientes. El número 1 representa siempre el cuadrado del cual es el módulo.

cia la cual parecen tender asintóticamente los esquemas de *crecimiento normal* (véase también nuevamente en la lámina 34 del capítulo anterior el diagrama del crecimiento pseudognomónico de *cuadrados giratorios*, basado en la sucesión de Fibonacci). Recordaré, aun a riesgo de repetirme, que la propiedad de tener un cuadrado como gnomon se encuentra igualmente si

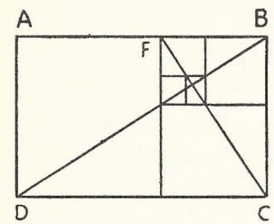


FIG. 70

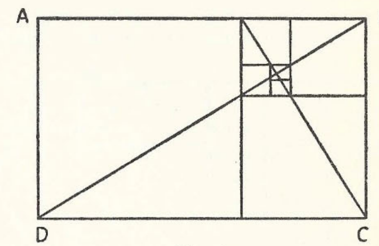


FIG. 71

se construye el gnomon al exterior, sobre el lado mayor *DC* del rectángulo Φ dado *ABCD*, construcción de adentro hacia afuera, que puede repetirse también hasta el infinito (fig. 72).

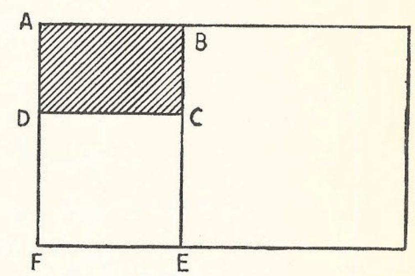


FIG. 72

En todas estas construcciones encontramos la semejanza de las figuras crecientes o decrecientes, o *crecimiento gnomónico,* atributo característico de la espiral logarítmica. Hambidge observa también que el punto de intersección de las dos diagonales reguladoras *DB* y *CF*, es el polo de una espiral logarítmica que pasa por los vértices *DCB* del primer rectángulo y por los puntos correspondientes de todos los demás rectángulos (de módulo Φ, por ejemplo, como en la figura 73) crecientes o decrecientes.

Como hemos visto en el capítulo anterior, para un rectángulo cualquiera (fig. 74) de módulo $m = \frac{a}{b}$ la espiral logarítmica así definida tendrá como pulsación cuadrantal:

$$P_q = \frac{CD}{CB} = \frac{OD}{OC} = \frac{OB}{OF} = m;$$

pulsación diametral:

$$P_d = \frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OF} = \frac{OB}{OI} = m^2;$$

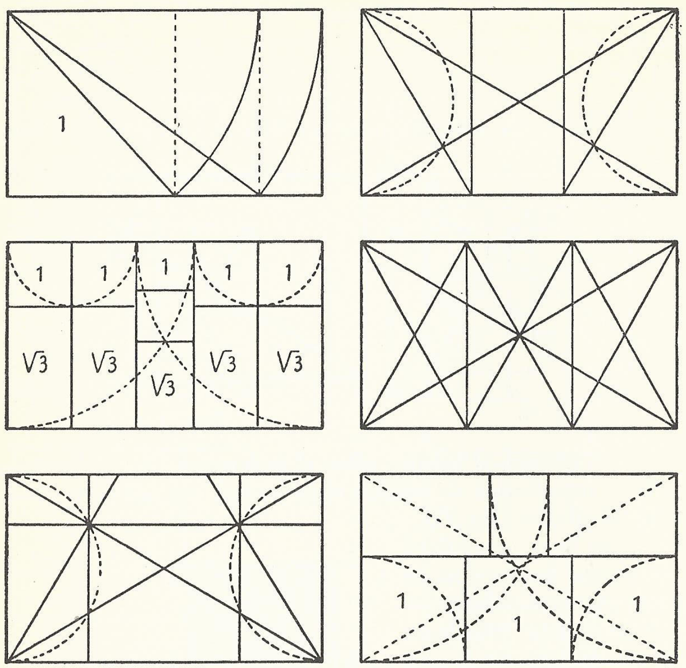


LÁMINA 44

El rectángulo $\sqrt{3}$. — Divisiones armónicas

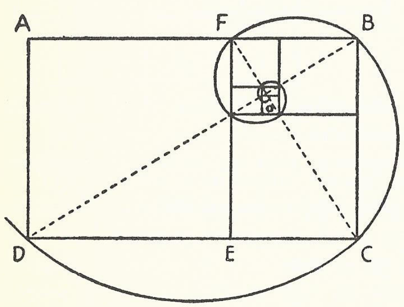


FIG. 73

y pulsación radial:

$$P_r = \frac{OD}{OI} = m^4.$$

En particular para la espiral de la figura 73, que corresponde al rectángulo director Φ, se tiene:

$$P_r = \Phi^4,\ P_d = \Phi^2,\ P_q = \Phi.$$

Esta descomposición *gnomónica* por crecimiento o decrecimiento continuo y la aparición subsiguiente de la espiral logarítmica, justifican el papel importante atribuído por Hambidge a la diagonal en las

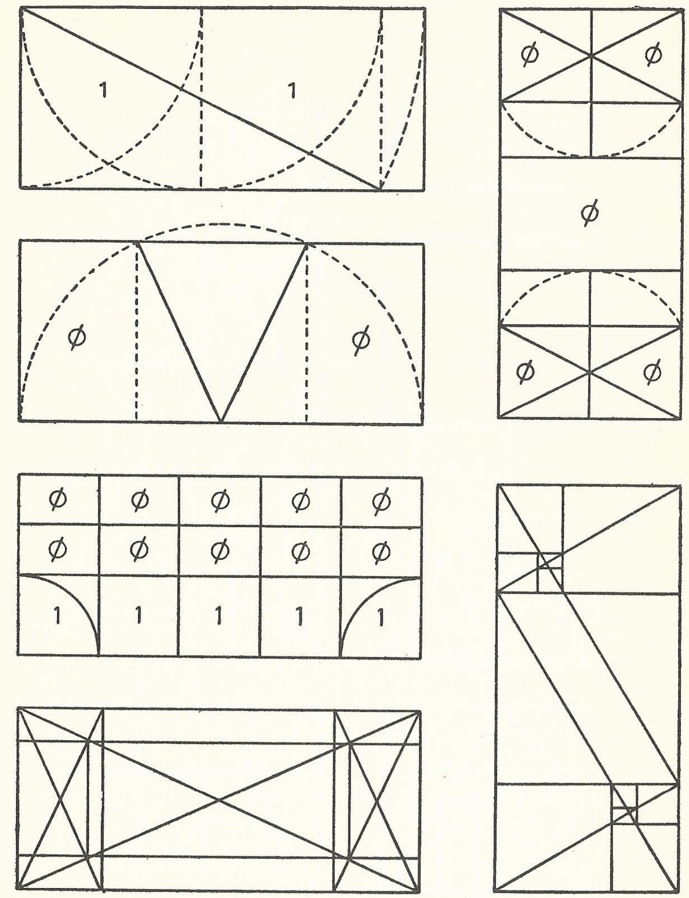


LÁMINA 45

El rectángulo $\sqrt{5}$. — Divisiones armónicas

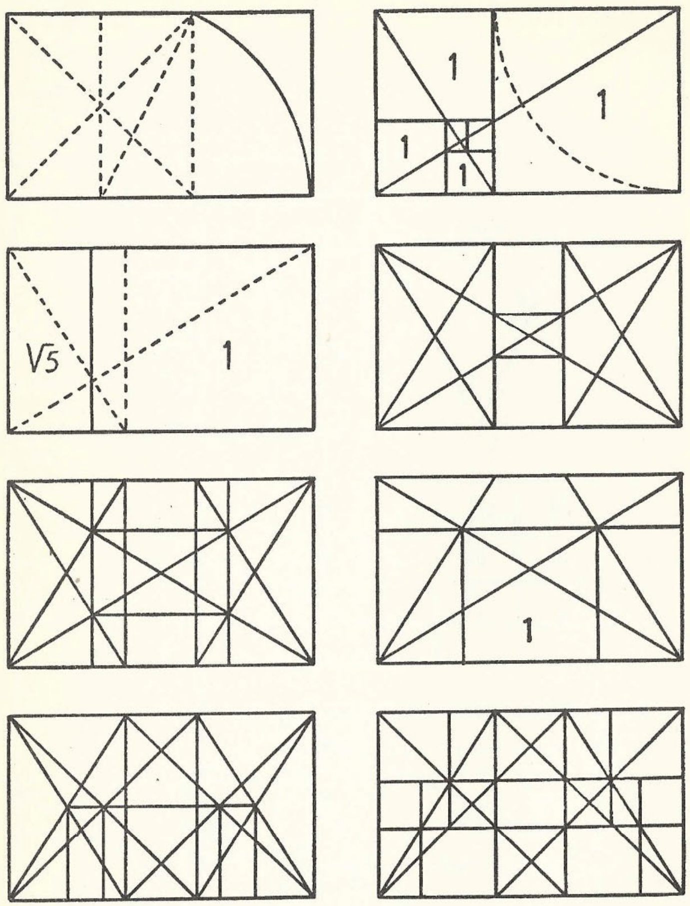
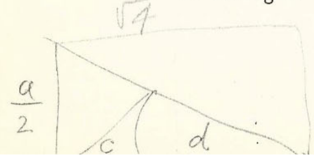


LÁMINA 46

El rectángulo Φ. — Divisiones armónicas



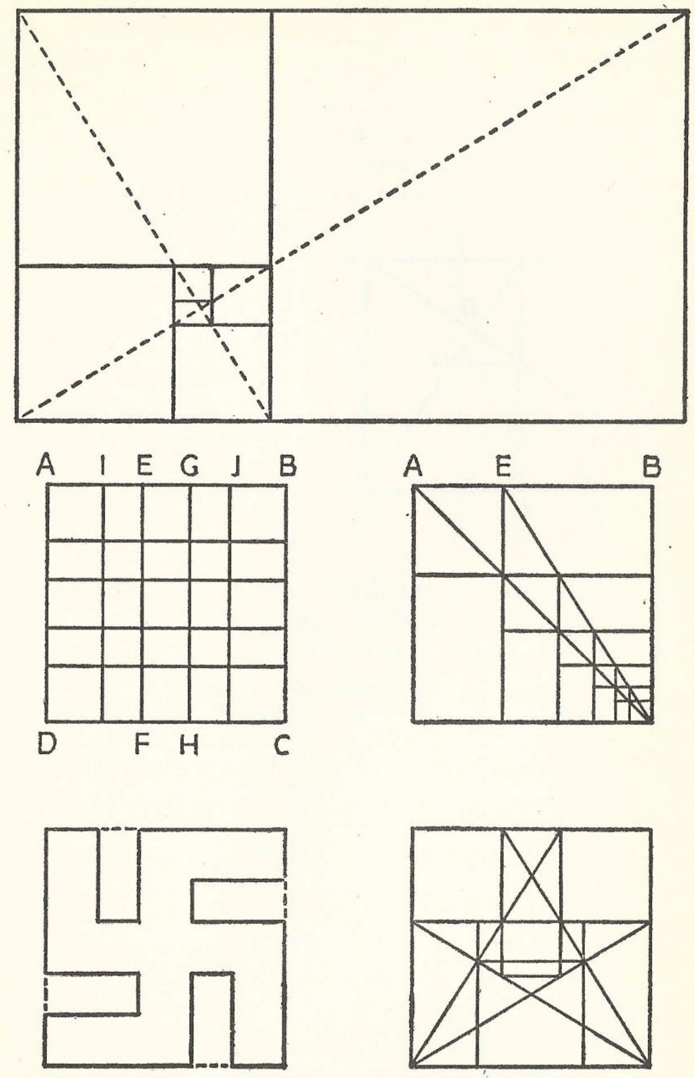


LÁMINA 47

El rectángulo de cuadrados giratorios. — Divisiones armónicas del cuadrado estructuras rectangulares. Las láminas 43, 44, 45 y 46 dan ejemplos de aplicación de este método de descomposición armónica y corresponden respectivamente a los temas en $\sqrt{2}$ [9], $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y Φ. La parte inferior de la lámina 47 representa diversas formas de descomponer dinámicamente el cuadrado.

El descubrimiento de Hambidge consiste, lo repito, en el hecho de que los planos o perfiles de los monumentos, estatuas, vasos u objetos rituálicos de la gran época griega no son nunca, o casi nunca, analizables por el método vitruviano del módulo *estático* y lineal, mientras que, en la gran mayoría de los casos [10]: 1º el rectángulo que encuadra el perfil principal del monumento o del objeto considerado (*over-all shape*) resulta ser uno de los rectángulos dinámicos simples, o un derivado más o menos directo de uno de ellos, y 2º si en este rectángulo se toman los puntos y líneas notables que caracterizan especialmente la forma analizada, se cae casi siempre en un diagrama abstracto de descomposición dinámica que, según se advierte en seguida, es análogo a los que hemos dibujado.

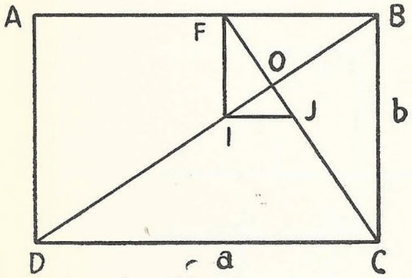


FIG. 74

Por ejemplo, de los ciento ochenta y dos vasos griegos de encuadramiento *dinámico* del Museo de Boston, dieciocho están basados en el tema $\sqrt{2}$ (seis tienen como encuadramiento el propio rectángulo $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots$), seis se fundan en el tema $\sqrt{3}$ (de los cuales tres están encuadrados por el rectángulo $\sqrt{3}$), y todos los demás se han construído sobre temas que se derivan de Φ o de $\sqrt{5}$.

En las páginas 159, 160 y 161 damos algunos detalles sobre la distribución de estos últimos, tomándolos de la varias veces citada obra del Dr. Caskey *Geometry of Greek Vase*.

Las láminas 48, 49, 50, 51 y 52, representan trazados concretos basados

(9) Recordemos la propiedad del rectángulo $\sqrt{2}$ de ser su propio gnomon. Permanece, pues, semejante a sí mismo cuando se pliega en dos o cuando se dobla *abriéndolo* como un libro.

(10) Parece desprenderse del libro de Caskey (*Geometry of Greek Vase*) que entre los ciento noventa y un vasos griegos de la gran época, del Museo de Boston, solamente nueve están encuadrados por rectángulos *estáticos* y todos los demás por rectángulos dinámicos, siendo para ciento sesenta de éstos el margen de fluctuación inferior a 1 milímetro.

11 tienen como rect. de encuadramiento el rect. Φ propiamente dicho, 1,618

21 — — $1{,}236 = \frac{1}{0{,}809} = \frac{2}{\Phi}$ (2 rectángulos Φ verticales acodados).

7 — — $1{,}854 = \frac{3}{\Phi}$ (3 rectángulos Φ verticales).

2 — — $2{,}472 = \frac{4}{\Phi}$ (4 rectángulos Φ verticales).

3 — — $3{,}090 = \frac{5}{\Phi}$ (5 rectángulos verticales).

7 están encuadrados por el rectángulo $3{,}236 = \frac{1}{0{,}309} = 2\Phi$ (2 rectángulos Φ horizontales yuxtapuestos).

5 — — $1{,}309 = 1 + \frac{1}{2\Phi}$ (el anterior colocado verticalmente y yuxtapuesto a un cuadrado).

5 — — $1{,}0787 = \frac{1}{0{,}927} = \frac{1}{3\times 0{,}309} = 2\,\frac{\Phi}{3}$ (3 rectángulos 3,236 superpuestos).

1 — — $1{,}1708 = \frac{1}{0{,}854}$ (se deriva de 1,854 por $0{,}854 = \frac{3}{\Phi} - 1$; se quita un cuadrado del rectángulo $\frac{3}{\Phi}$

5 — — $2{,}618 = \frac{1}{0{,}382} = \Phi^2$ (2 cuadrados y un rectángulo Φ vertical acodados).

9 — — $1{,}382 = 1 + \frac{1}{\Phi^2}$ (1 cuadrado y un rectángulo Φ^2 vertical acodados).

9 están encuadrados por otros rectángulos derivados de Φ^2; (1,191 = 0,382 + 0,809; 0,882 = 0,500 + 0,382; 2,382 y 3,382).

3 están encuadrados por el rectángulo 2,236 $= \dfrac{1}{0{,}4472} = \sqrt{5}$.

7 — — 1,118 $= \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ (2 rectángulos $\sqrt{5}$ superpuestos) (11).

7 — — 1,4472 $= \dfrac{1}{0{,}691} = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ (1 cuadrado y 1 rectángulo $\sqrt{5}$ vertical acodados) (12).

1 — — 1,3416 $= 3 \times 0{,}4472 = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$ (3 rectángulos $\sqrt{5}$ verticales acodados).

2 — — 1,7888 $= 4 \times 0{,}4472 = \dfrac{4}{\sqrt{5}}$ (4 rectángulos $\sqrt{5}$ verticales acodados).

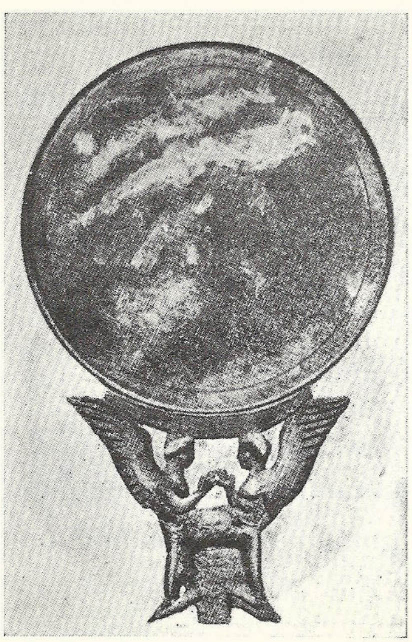
3 — — 2,0652 $= 1 + \dfrac{1}{\Phi} + \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ (1 cuadrado, 1 rectángulo Φ vertical y 1 rectángulo $\sqrt{5}$ vertical acodados).

2 — — 2,8944 $= 2 \times 1{,}4472$ (2 cuadrados y 2 rectángulos $\sqrt{5}$ verticales acodados).

3 — — 1,8944 (el anterior al que se le ha quitado 1, un cuadrado).

8 — — 1,472 $= 2{,}472 - 1 = \dfrac{4}{\Phi} - 1$ (4 rectángulos Φ verticales de los que se ha quitado un cuadrado).

(11) Véase las láminas ~~50~~ y ~~51~~ 55 y 56: es el rectángulo del esqueleto de Harvard.
(12) Superponiendo esta figura a sí misma se vuelve a encontrar 1,382 pues $2 \times 0{,}691 = 1{,}382$.



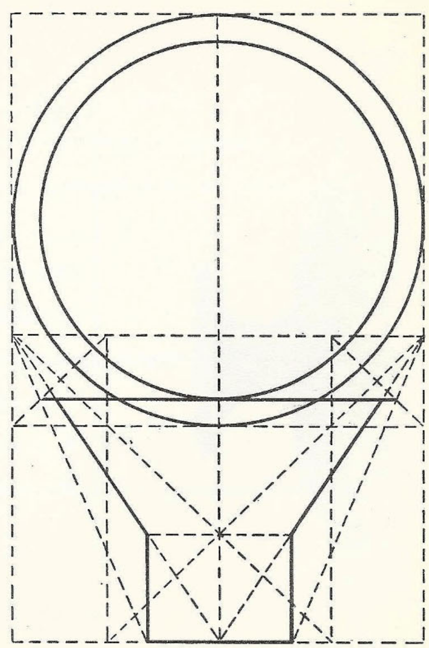


LÁMINA 48

Espejo griego de bronce.

Su trazado armónico.

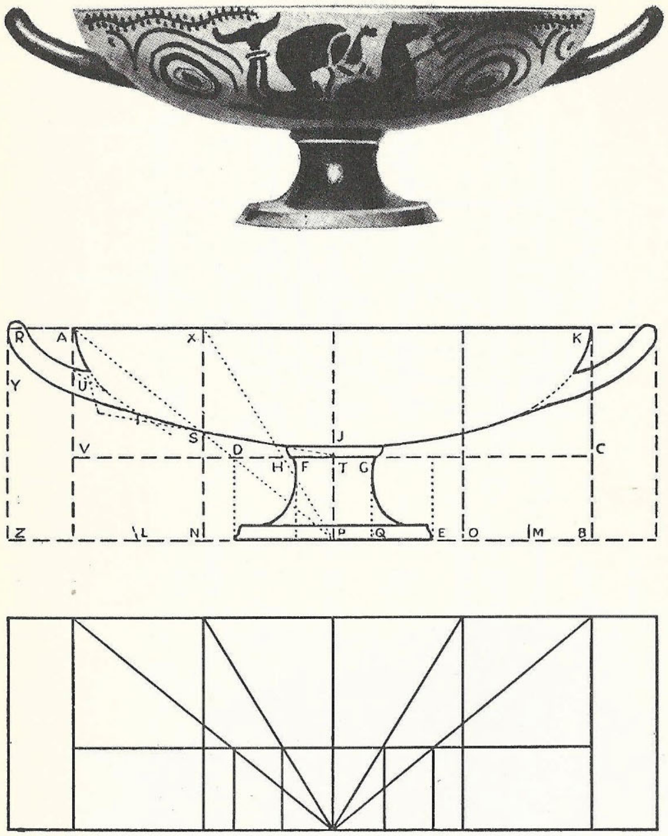


LÁMINA 52

Arriba: Kylix.
Centro: Su trazado armónico.
Abajo: Esquema de trazado.

5 están encuadrados por el rectángulo 1,528 (2 cuadrados superpuestos, y superpuestos a ellos 2 rectángulos Φ horizontales yuxtapuestos o también: 1 cuadrado con 1 rectángulo acodado compuesto de un cuadrado y de dos rectángulos $\sqrt{5}$ horizontales superpuestos).

2 — — 2,528 (el anterior más un cuadrado).

1 — — 3,528 (el anterior más dos cuadrados).

6 — — 1,809 (2 rectángulos Φ horizontales superpuestos y acodados a un cuadrado).

2 — — 2,809 (el anterior más un cuadrado).

7 Están encuadrados por un cuadrado descompuesto según modulaciones en Φ.

6 están encuadrados por rectángulos dinámicos emparentados con el tema (Φ,$\sqrt{5}$) y aproximándose mucho al cuadrado, por ejemplo $1{,}0652 = \frac{1}{\Phi} + \frac{1}{\sqrt{5}}$.

1 está encuadrado por el doble cuadrado,

7 están encuadrados por el triple cuadrado.